第 2 章

問題 4

問題

電圧 200VV，電流 50A で 8kW の電力を消費する回路の力率 $\cos\phi$，インピーダンス $|Z|$，抵抗 R 及びリアクタンス X を求めよ．

解答

インピーダンスは $|Z| = 200/50 = 4\Omega$．皮相電力が

$$200 \times 50 \times 10^{-3}\ \mathrm{kVA}$$

となり，有効電力が 8kW であることから，力率は

$$\cos\phi = 8/10 = 0.8$$

となる．したがって

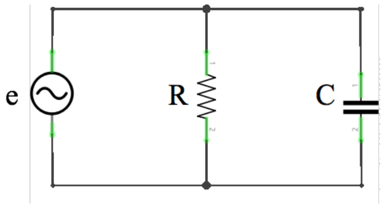
$$\begin{aligned} R &= |Z| = \cos\phi = 4 \times 0.8 = 3.2\ \Omega \\ X &= |Z|\sin\phi = 4 \times \sqrt{1 - 0.8^2} = 2.4\ \Omega \end{aligned}$$

となる．

問題 5

問題

図問 5 のように，対抗 R と静電容量 C とが並列に接続されている回路に，電圧 $e = E_m \sin(\omega t - \theta)$ を加えたときの全電流の瞬時値を求めよ．



図問 5

解答

抵抗 R を流れる電流を i_R，容量 C を流れる電流を i_C とすれば

$$i_R = \frac{E_m}{R}\sin(\omega t - \theta),\ i_C = E_m \omega C \sin(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

全電流は

$$\begin{aligned} i &= I_R + i_C = \frac{E_m}{R}\sin(\omega t - \theta) + \omega C E_m \cos(\omega t - \theta) \\ &= E_m \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2} \cdot \sin(\omega t - \theta + \phi),\ \phi = \tan^{-1}(\omega C R) \end{aligned}$$

(別解)
フェーザ表示で表すと合成インピーダンス Z は

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{\left(\frac{1}{R}\right) + j\omega C} = \frac{\left(\frac{1}{R}\right) - j\omega C}{\left\{\left(\frac{1}{R}\right) + j\omega C\right\}\left\{\left(\frac{1}{R}\right) - j\omega C\right\}} = \frac{\left(\frac{1}{R}\right) - j\omega C}{\left\{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2\right\}} \\ &= \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2}}{\left\{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2\right\}} \mathrm{e}^{-j\phi} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2}} \mathrm{e}^{-j\phi},\ \phi = \tan^{-1}(\omega C R) \end{aligned}$$

フェーザ表示で電圧を $E = E_m \mathrm{e}^{-j\theta}$ と表すと求める電流のフェーザ表示を I とすると，

$$I = \frac{E}{I} = \frac{E_m \mathrm{e}^{-\theta}}{\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2}} \mathrm{e}^{-j\phi}} = E_m \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2} \mathrm{e}^{j\{-\theta + \phi\}}$$

よって全電流 i は

$$i = E_m \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2} \sin\left(\omega t - \theta + \phi\right),\ \phi = \tan^{-1}(\omega C R)$$

問題 7

問題

抵抗 R とインダクタンス L との直列回路に，実効値 $|E|$ で周波数 f_1 の正弦波電圧を加えたとき電流 $|I_1|$ が流れ，実効値 $|E|$ で周波数のみ f_2 に変じた正弦波電圧を加えたとき電流 $|I_2|$ が流れたとすれば，抵抗およびインダクタンスはいくらか.

解答

$\omega = 2\pi f$ であるから題意より

$$R^2 + (2\pi f_1)^2 L^2 = \frac{|E|^2}{|I_1|}$$

$$R^2 + (2\pi f_2)^2 L^2 = \frac{|E|^2}{|I_2|}$$

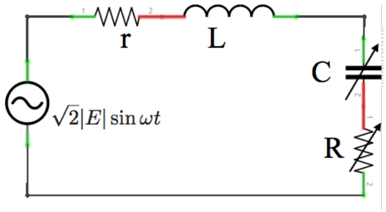
よって，両式から

$$\begin{aligned} R &= \frac{|E|}{|I_1| \cdot |I_2|} \sqrt{\frac{f_1^2 |I_1|^2 - f_2^2 |I_2|^2}{f_1^2 - f_2^2}} \\ L &= \frac{|E|}{2\pi |I_1| \cdot |I_2|} \sqrt{\frac{|I_2|^2 - |I_1|^2}{f_1^2 - f_2^2}} \end{aligned}$$

問題 10

問題

図問 10 に示すように，実効値 $|E|$，各周波数 ω の正弦波で駆動されている回路において，抵抗 r とインダクタンス L の値は固定，抵抗 R と制限容量 C の値は可変とする．まず，R を固定した状態で，それが消費する (有効) 電力 P_R が最大になるように C の値を定めよ．次に，その C の値を固定したもとで P_R を最大にする R の値およびそのときの P_R を求めよ．



図問 10

解答

流れる電流の実効値を $|I|$ とすれば，R が消費する有効電力は

$$P_R = R|I|^2 = \frac{R|E|^2}{(r+R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

r，L，R を固定すれば，$\omega L = 1/(\omega C)$ すなわち $C = 1/(\omega^2 L)$ の時，P_R が最大となる．
その C の値を固定した元で P_R は

$$P_R = \frac{R|E|^2}{(r+R)^2}$$

となり，P_R は R の関数となる．したがって $\mathrm{d}P_R/\mathrm{d}R = 0$ とおくと

$$\frac{\mathrm{d}P_R}{\mathrm{d}R} = \frac{|E|^2(r+R)^2 - R|E|^2 \times 2(r+R)}{(r+R)^4} = \frac{(r-R)}{(r+R)^3}|E|^2 = 0$$

よって，R=r の時，最大電力 $P_R = |E|^2/(4r)$ を消費する．